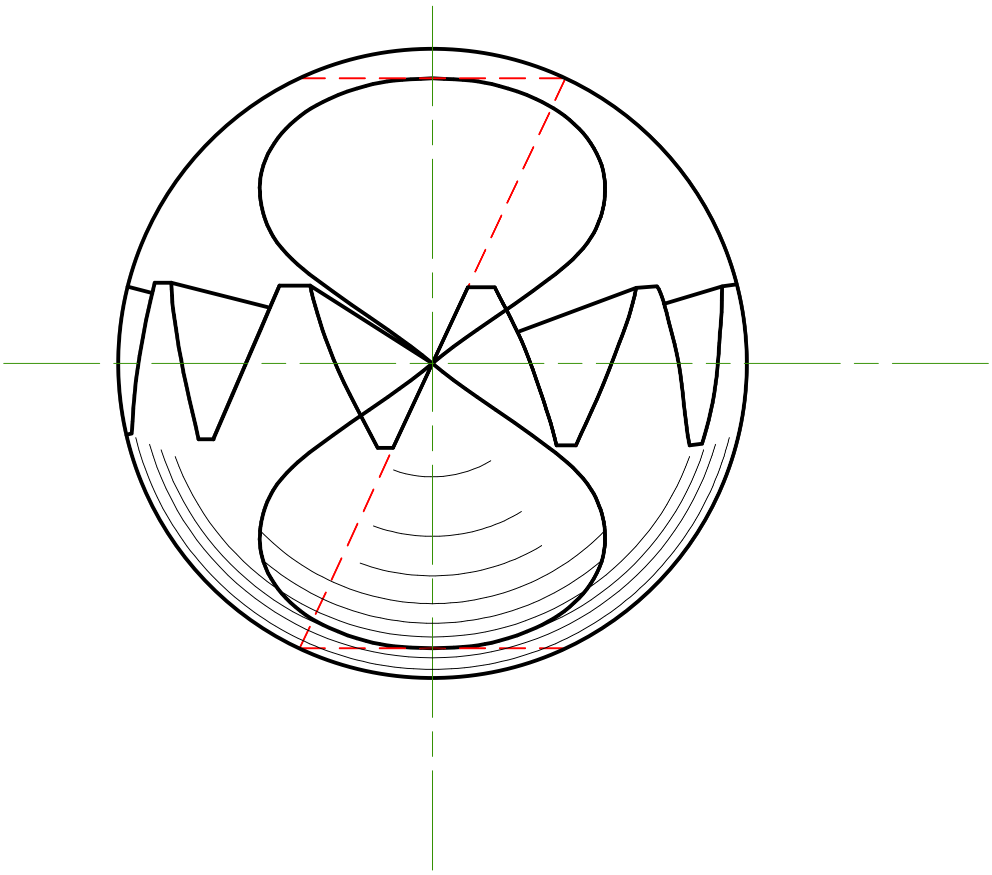
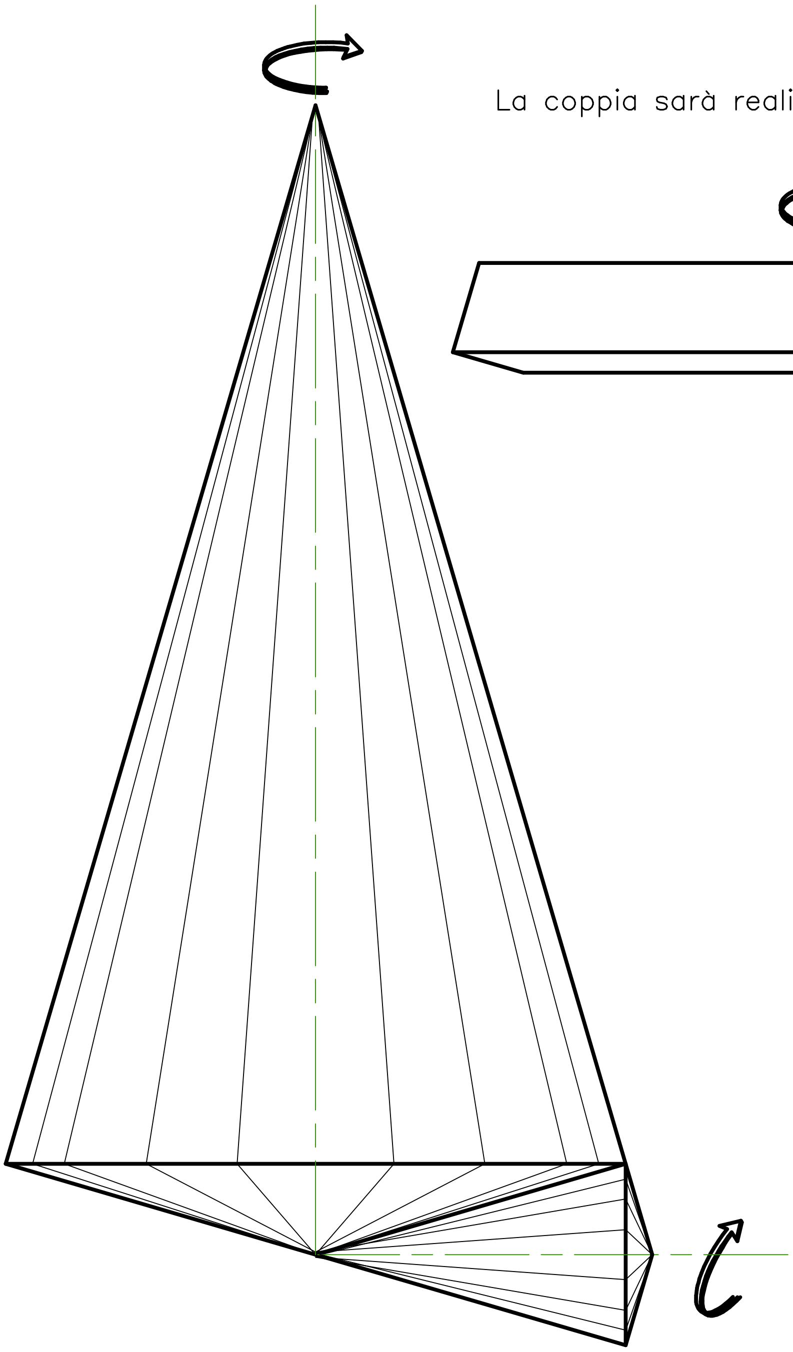
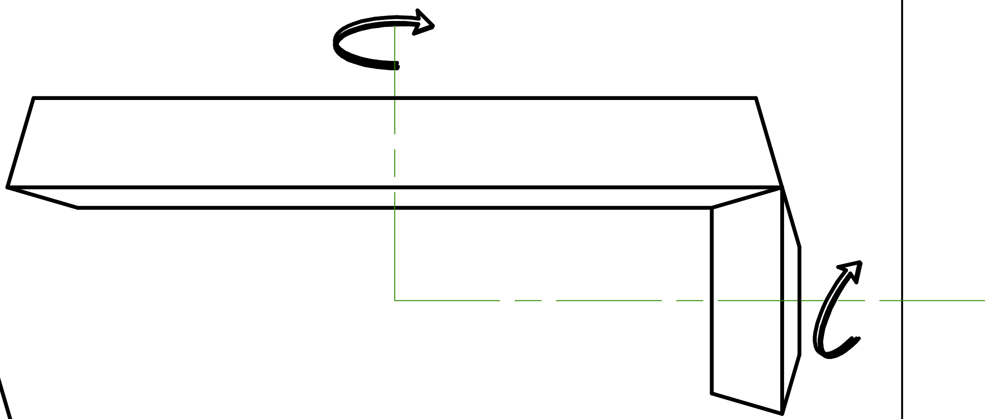
Tralasciamo la teoria che considera un ingranaggio conico incluso dentro una sfera con evolvente sferico (OCTOIDE), poco pratico da realizzare, ma ci serve per fare delle considerazioni.



Prendiamo in considerazione una coppia di ingranaggi conici che vengono ricavati da due coni.
La figura rappresenta due coni di frizione che rotolano senza striscare sulla generatrice primitiva.



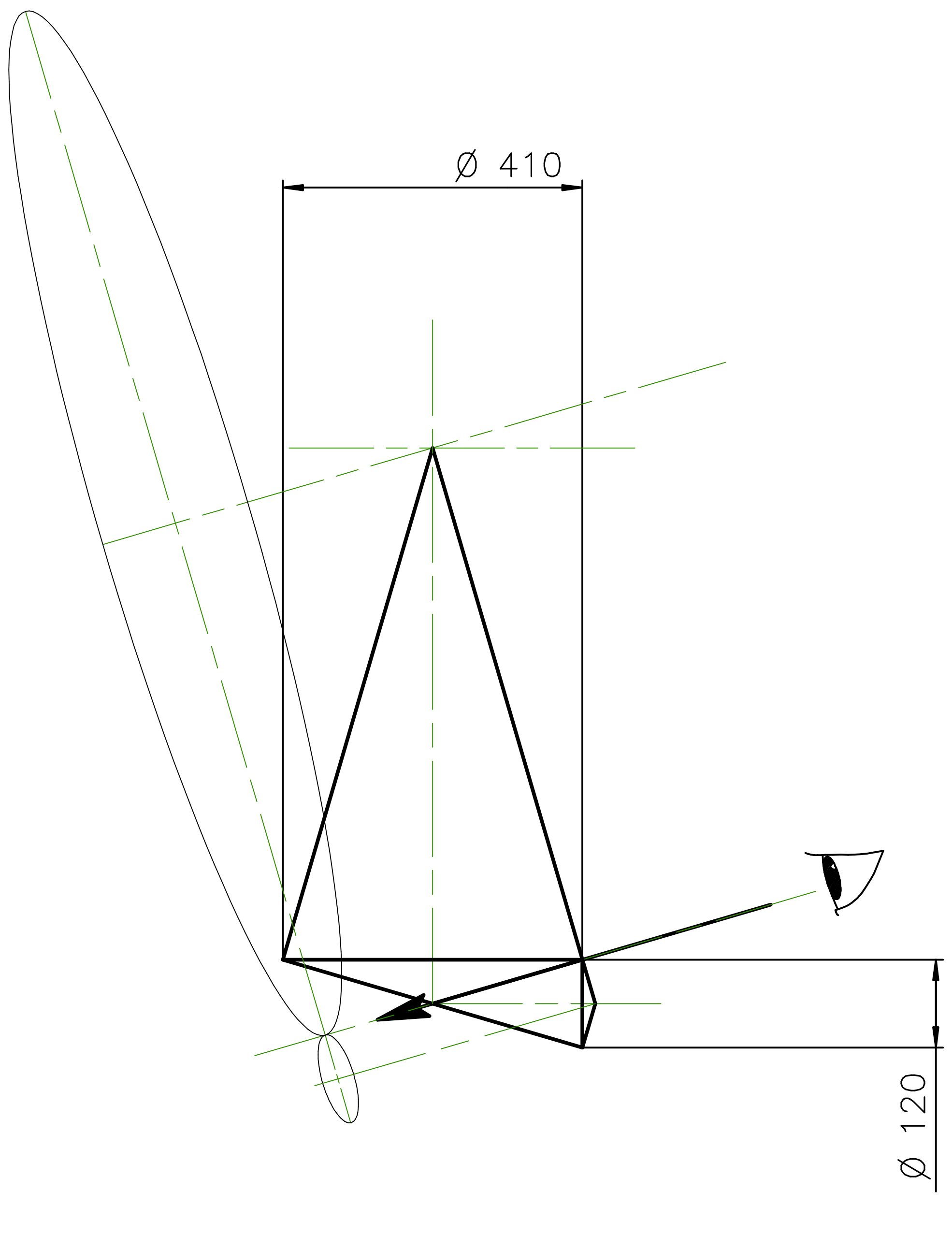
La coppia sarà realizzata su una porzione dei coni



Consideriamo una coppia come esempio:

Modulo	10	
Generatr. prim.	213.6	
Angolo di pressione	20°	
Angolo tra gli assi	90°	
Altezza dente	21.88	
Fattore altezza dente	2.188*m	
Gioco a fondo dente	1.88	
	PIGNONE	CORONA
N° denti	12	41
Diametro primitivo	120	410
Addendum	10	10
Dedendum	11.88	11.88
Angolo addendum	2° 40' 50''	2° 40' 50''
Angolo dedendum	3° 11' 0''	3° 11' 0''
Semiangolo primitivo	16° 18' 50''	73° 41' 10''
Semiang esterno	18° 59' 39''	76° 22' 0''
Semiangolo interno	13° 7' 50''	70° 30' 10''
Diametro esterno	139.195	415.618

Osservando secondo una linea che giace sulla generatrice primitiva, si devono prendere in considerazione due raggi immaginari che rappresenta la curvatura dei coni e sui quali si deve ragionare per il profilo dei denti.

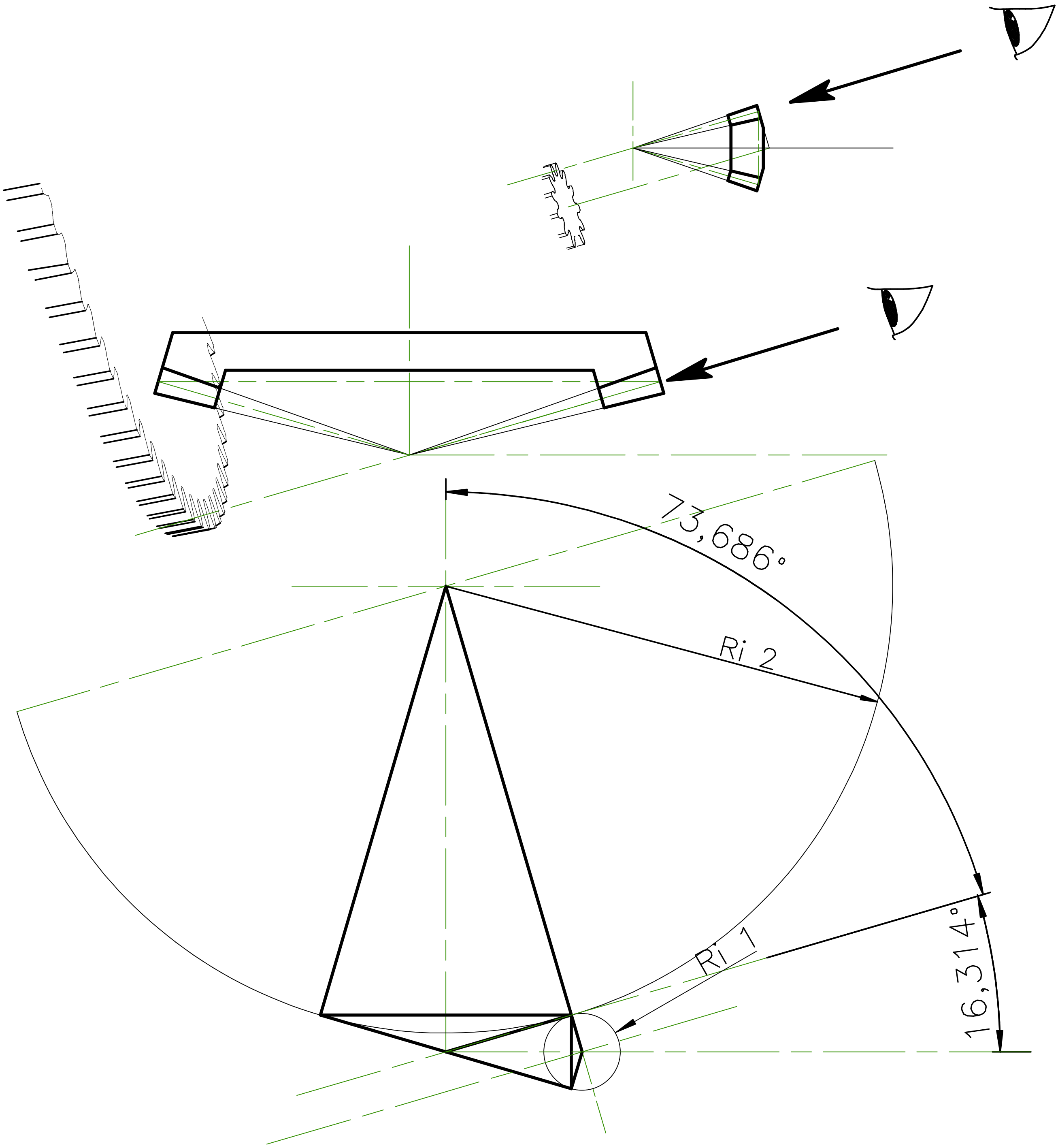


Dalla rappresentazione dei raggi immaginari ricaviamo:
ri1 = r1/cos 16°.314 = 62.5171 zi1 = 2*62.5171/10 = 12.5
ri2 = r2/cos 73.686 = 729.8 zi2 = 2*729.8/10 = 146

Il numero di denti immaginari che ne risulterà, non saranno assolutamente messi in causa per il rapporto di trasmissione.
Il rapporto di trasmissione rimane

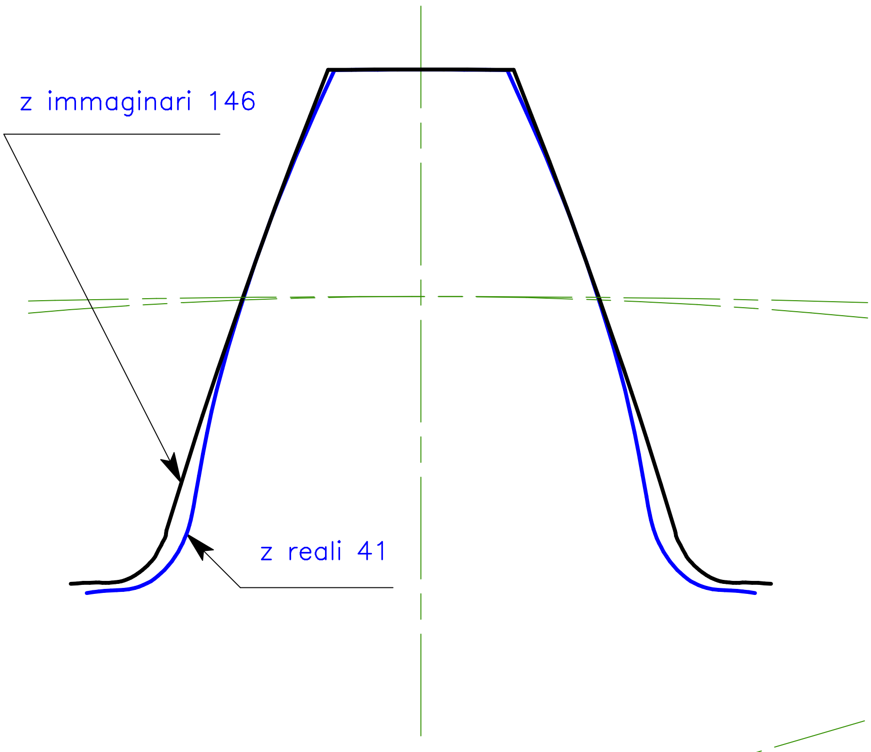
$$r = \frac{z1}{z2} = \frac{12}{41} = 0.292683$$

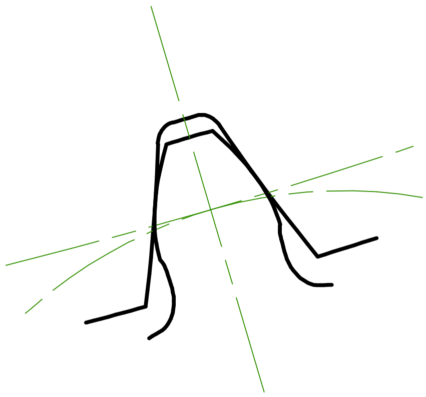
infatti 12.5/ 146 = 0.0822 che è diverso.

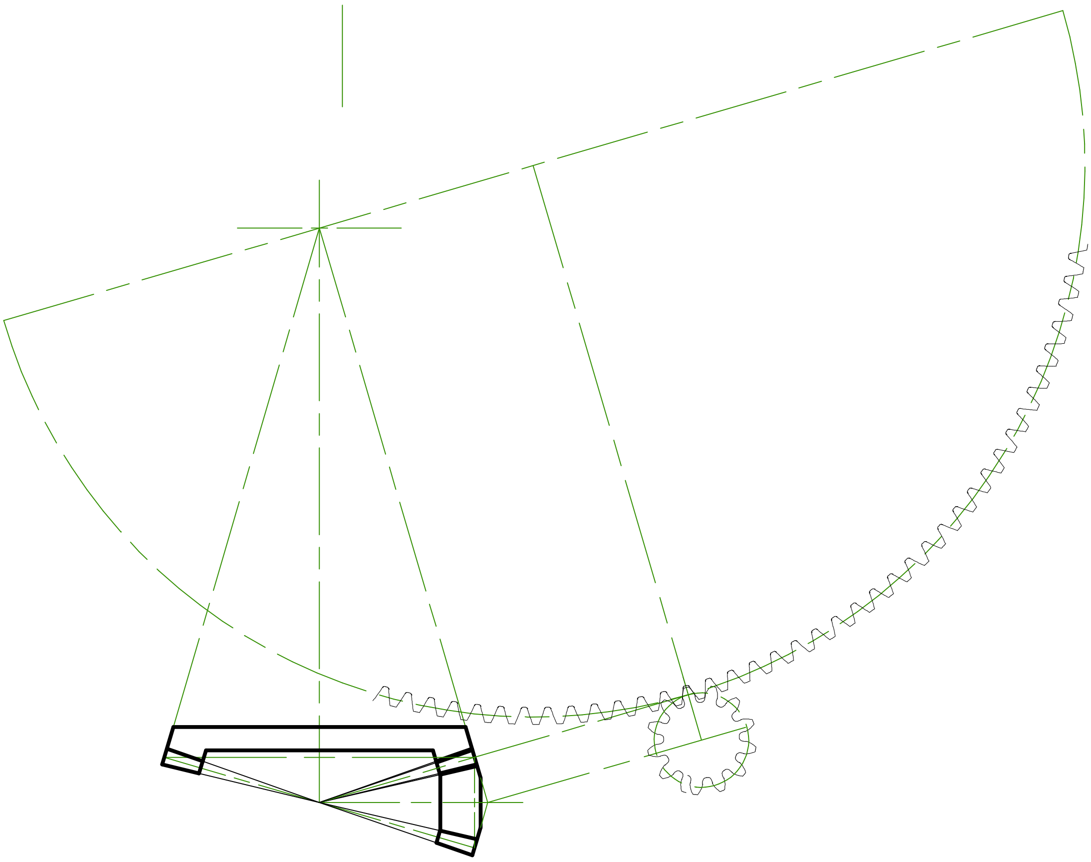


La forma dei denti (curvatura evolvente, profilo robustezza alla base, spessore circolare etc.),
avranno le caratteristiche del dente creato sulle ruote immaginarie.

Nel profilo del dente della corona si evidenziano meglio le differenze tra z 41 reali e z 146 immaginari.







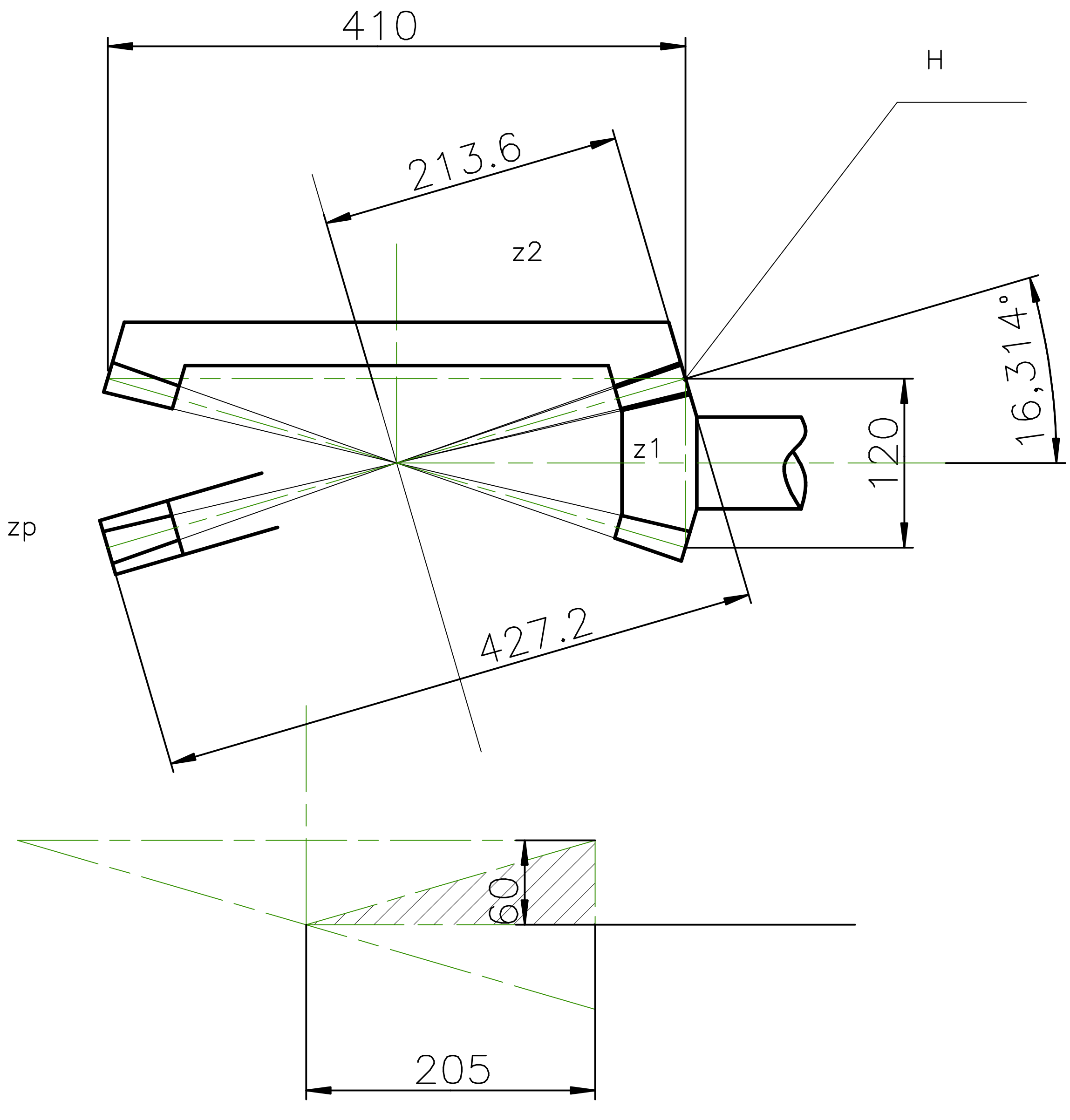
Dal triangolo rappresentato il semiangolo primitivo

$$= \arctan \frac{rp1}{rp2} = \frac{dp1}{dp2} = \frac{z1}{z2} = 16.314°$$

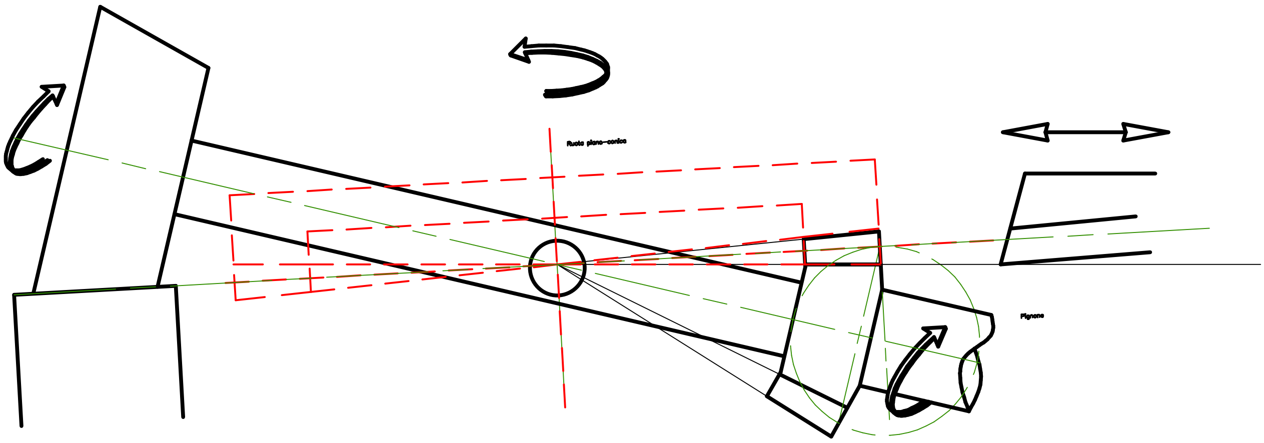
La generatrice primpitiva = Sqr (r1↑2+R2↑2) = 213.6

Esiste una ruota piatta immaginaria che ingrana con il pignone e la corona contemporaneamente.
Il numero di denti della ruota piatta Zp = 427.2/10 = 42.72

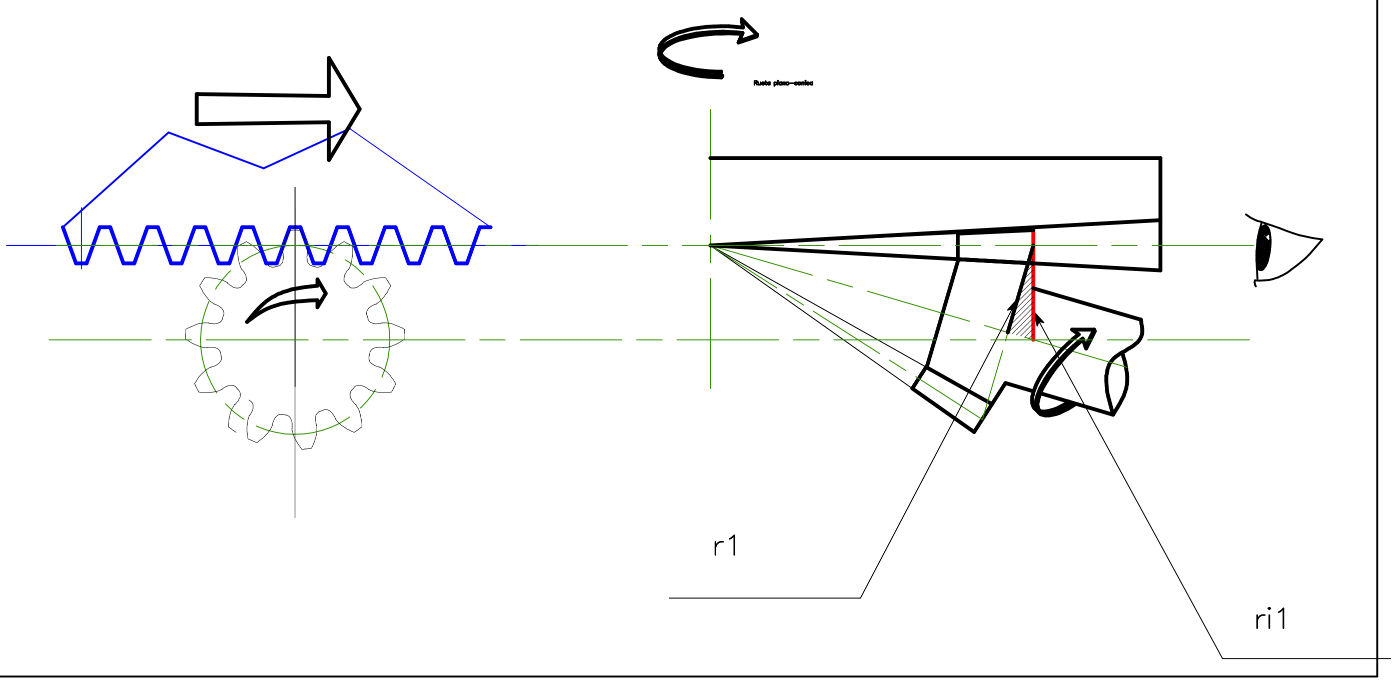
Nel punto H la velocità periferica è identica per le 3 ruote
Per 1 giro motore di zp il pignone compie :
42.72/12 = 3.56 giri
mentre z2 compie 42.72/41 = 1.042 giri
che è lo stesso risultato che tra z1 e z2
Infatti se fosse motore il pignone:
per 3.56 giri del pignone
Z2 compierebbe: 3.56*(12/41) =1.042 giri



Si potrebbbe generare un pignone conico utilizando dei coltelli di taglio che MATERIALIZZANO il dente della ruota piatta, ruota virtuale immaginaria che rotola sul pignone senza strisciare.
Sarebbe il caso dell'antica dentatrice REINECKER

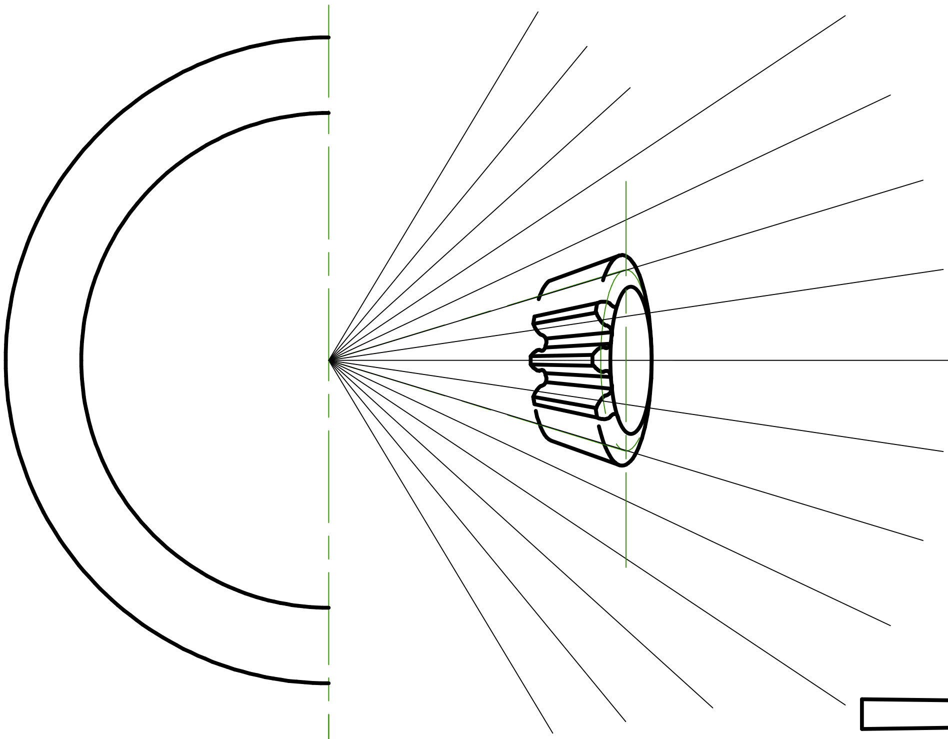


Premesso che se zp (=42.72) è conduttrice del pignone nel suo moto di generazione, trascina il pignone con rapporto 42.72/ 12, e NON 42.72/12.5
Se z 12 del pignone compie un giro, anche zi 12.5 immaginari compie un giro poichè solidale matematicamente sullo stesso asse.
r1 e ri1 sono solidali e ruotano insieme condotti dalla ruota piatta.
Ma essendo ri1 più grande di r1
(più distante dal primitivo della ruota piatta) , si genera un profilo dente che è quello a destra della ruota immaginaria.

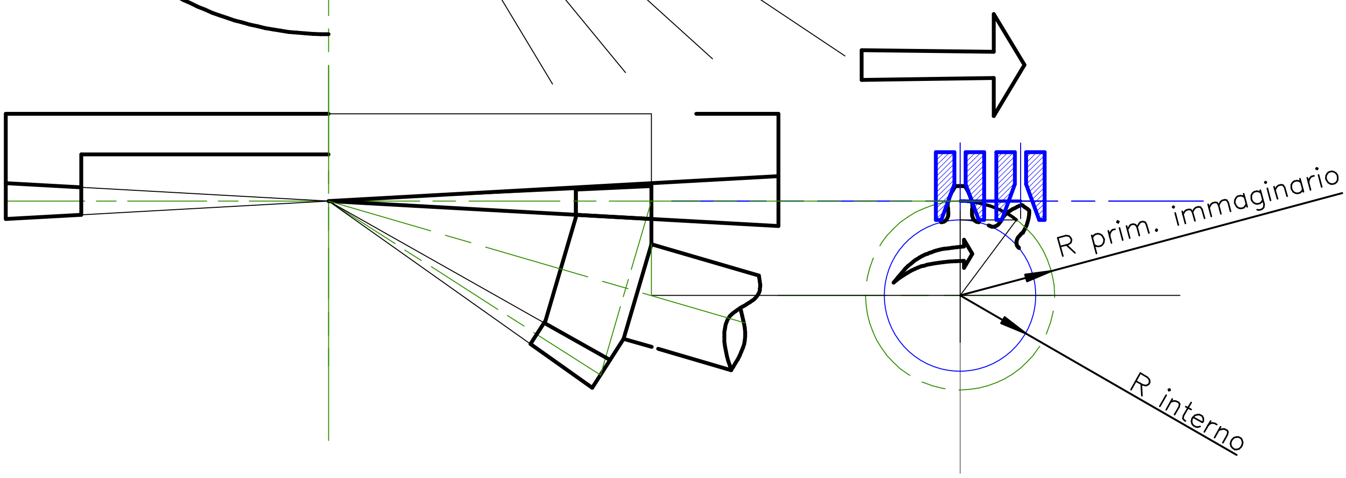


Ne consegue che per generare il profilo di un dente la ruota piatta deve oscillare di un angolo tale da garantire la generazione del dente immaginario.

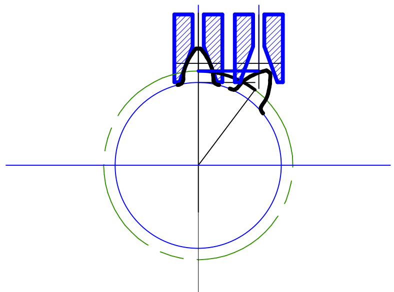
Con una certa approssimazone:
Consideriamo l'angolo sottocentro della macchina.
Le punte dei coltelli sono tangenti al diametro interno dell'ingranaggio.
Supponiamo che la ruota immaginaria ruoti di una entità tale da portare l'asse del dente centrale ad incrociare il diametro primitivo.



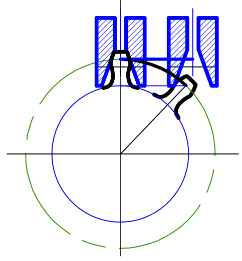
la ruota piatta ha un certo numero di denti come visto precedentemente, ma è di raggio infinito.
Può generare infiniti ingranaggi con lo stesso n° di denti , addendum e angolo di pressione.
La posizione del pignone rispetto il centro ne definisce il modulo.
L'oscillazione della culla sarà uguale per un pignone a 12 denti modulo1 come per un pignone a 12 dneti modulo 10.

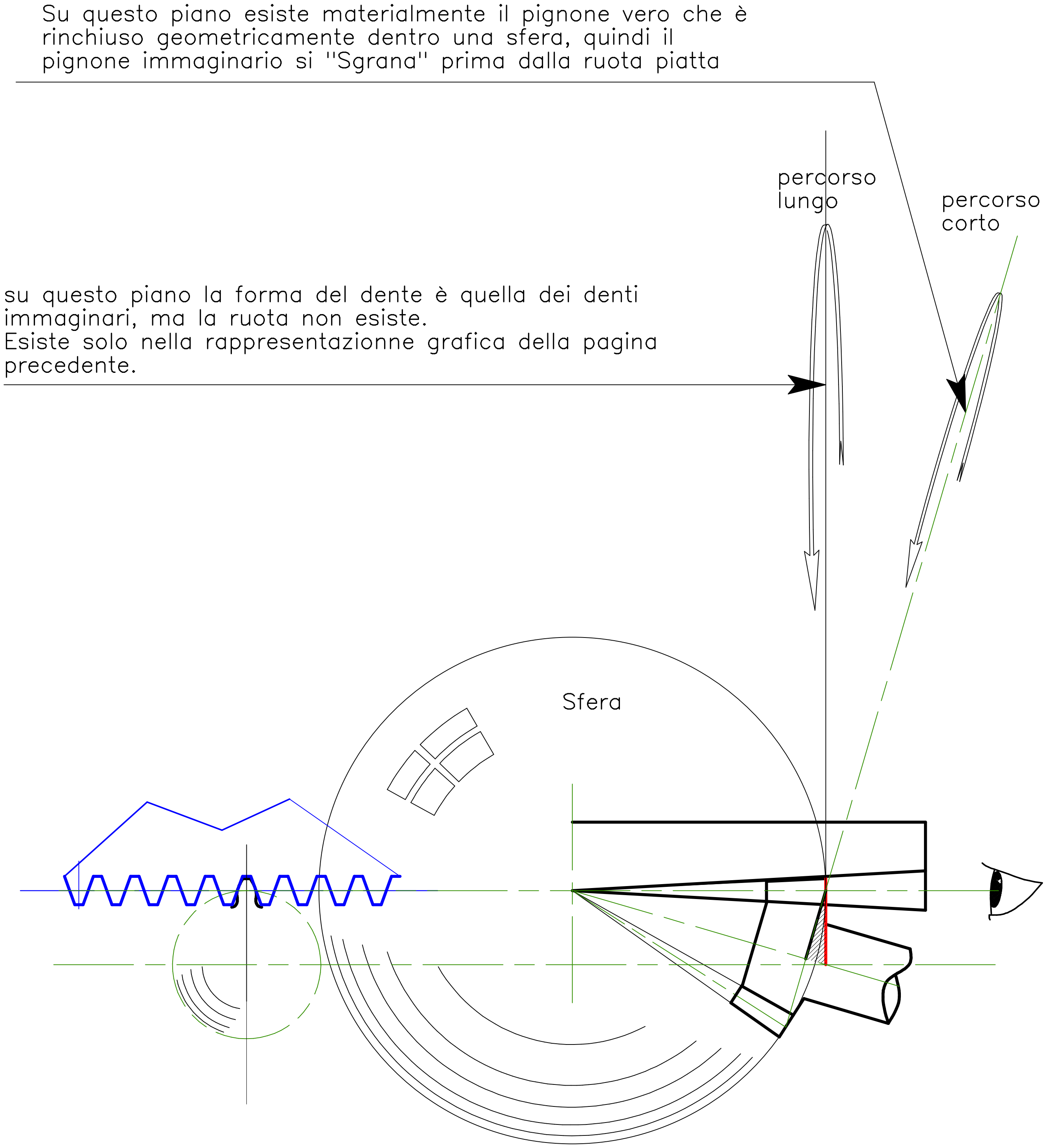


Nel caso di una correzione positiva l'angolo di inviluppo diminuisce



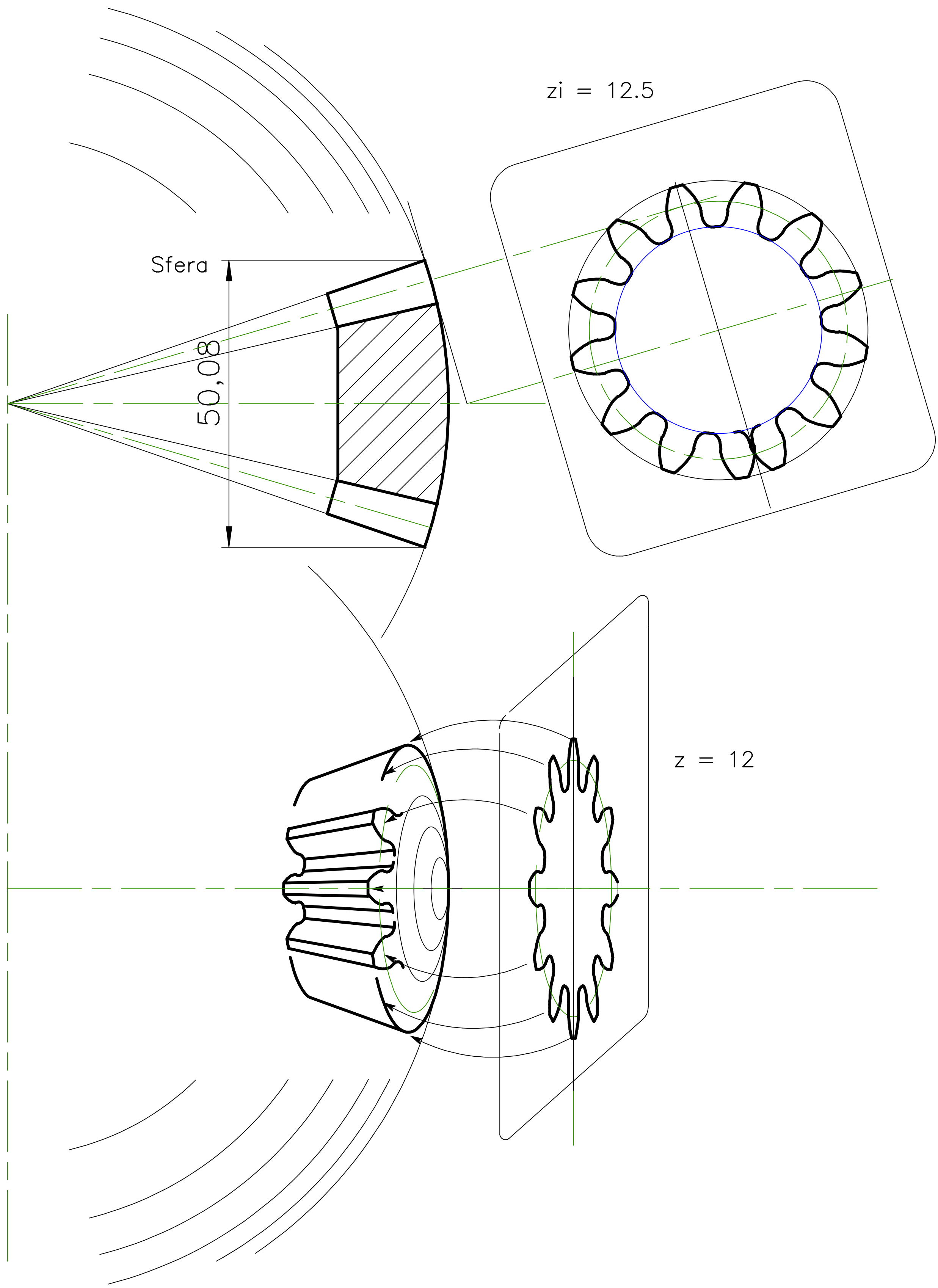
Nel caso di una correzione negativa l'angolo di inviluppo aumenta



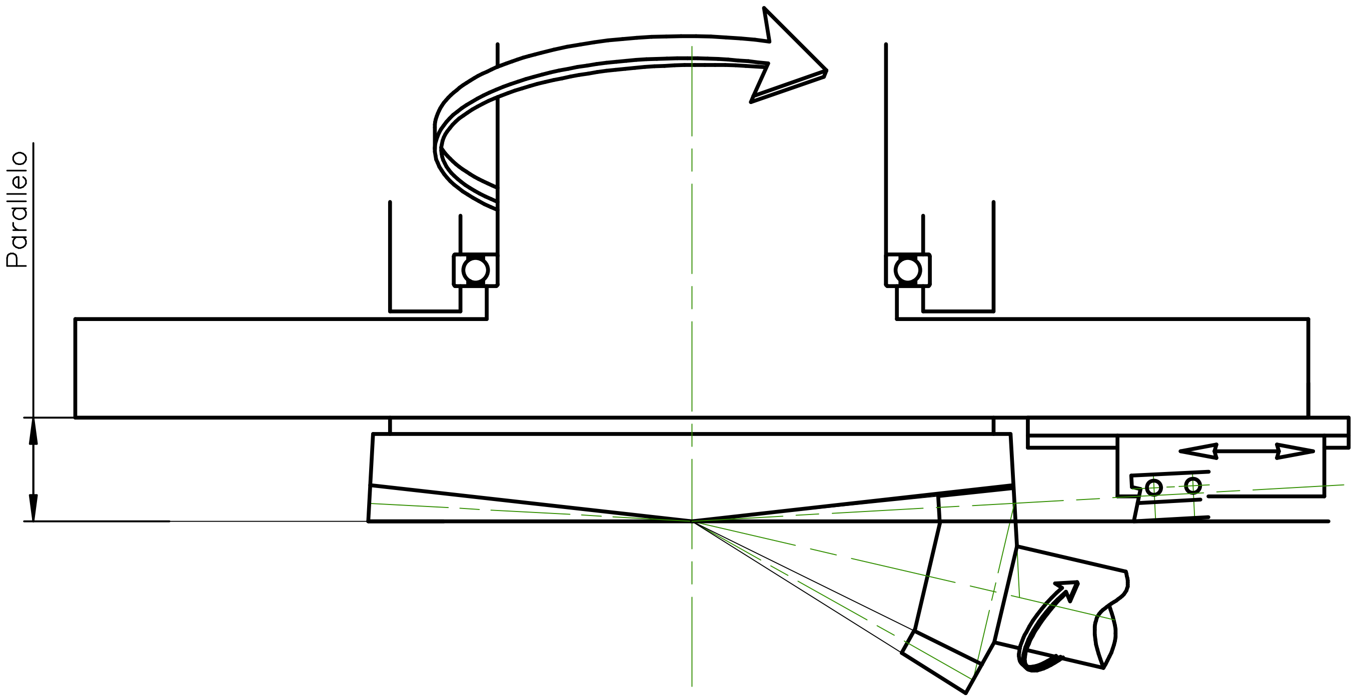


Su questo piano esiste materialmente il pignone vero che è rinchiuso geometricamente dentro una sfera, quindi il pignone immaginario si "Sgrana" prima dalla ruota piatta
percorso lungo
percorso corto
su questo piano la forma del dente è quella dei denti immaginari, ma la ruota non esiste.
Esiste solo nella rappresentazionne grafica della pagina precedente.
Sfera

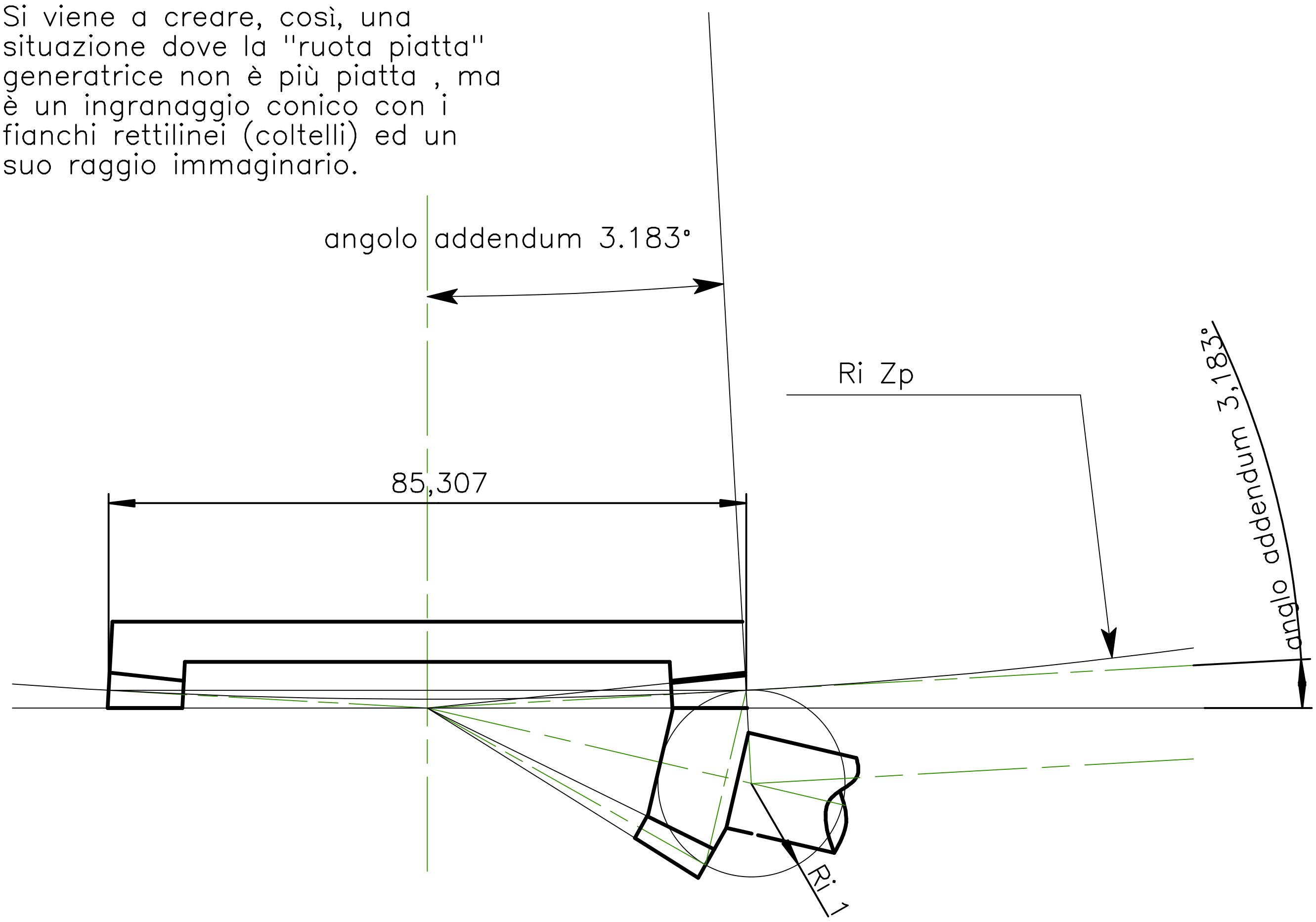
Per sommi capi, si può rappresentare la situazione come se avessimo un profillo con 12 denti grande come la ruota immaginaria stampata su un etichetta auto-adesiva,e la si incollasse sulla sfera



Nella dentatrice Gleason 12'' o 14'', per forza di cose
le punte dei coltelli si muovono paralleli alla culla della macchina.

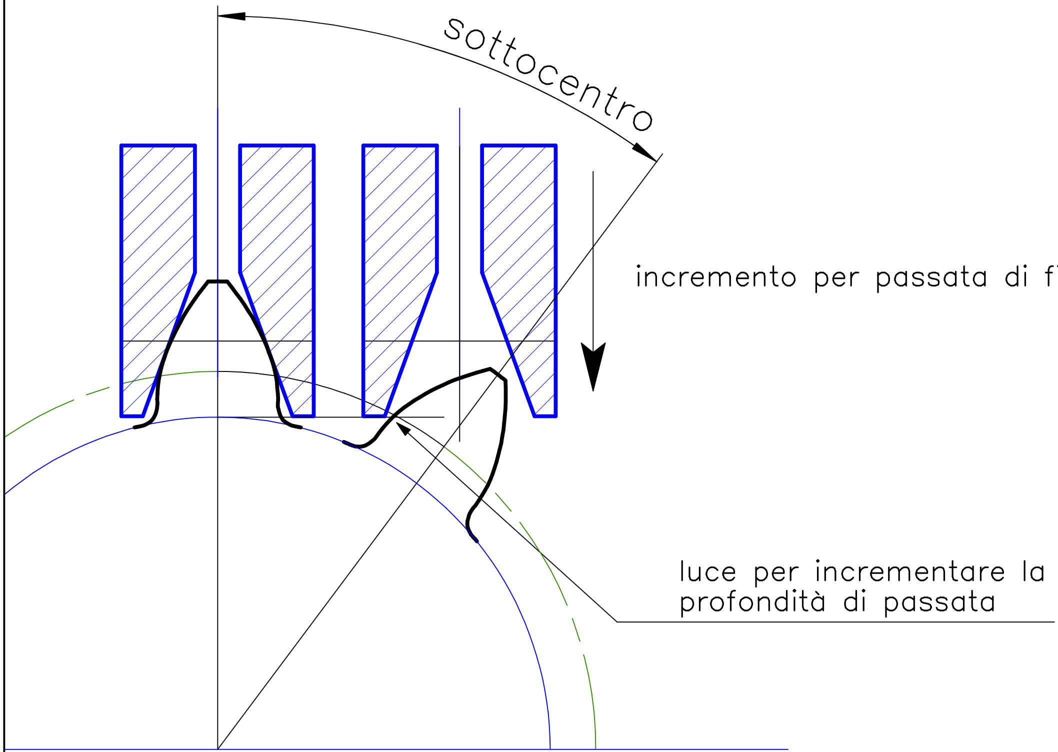


Si viene a creare, così, una situazione dove la "ruota piatta" generatrice non è più piatta , ma è un ingranaggio conico con i fianchi rettilinei (coltelli) ed un suo raggio immaginario.



La generatrice primpitiva rimane = 213.6
Il diam prim della ruota Zp = 2*(gen. prim * cos ang. addendum) =426.541
Zp = 426.541 / 10 = 42.65
Il raggio immaginari di Zp = 213.6/ sin 3.183° = 3846.9
Zp = 2*3846.9/10 = 769.38

La dentatrice compie un angolo totale di ascilazione con un sottocentro più piccolo (vedi tabella) e un sovracentro più grande (non in tabella) per permettere l'uscita dei coltelli nella fase della divisione
L'angolo sottocentro è quello da calcolare.
Detto angolo deve permettere la formazione del profilo con un piccolo margine in più neccessari ai coltelli per penetrare verso il pignone durante la corsa di ritorno.



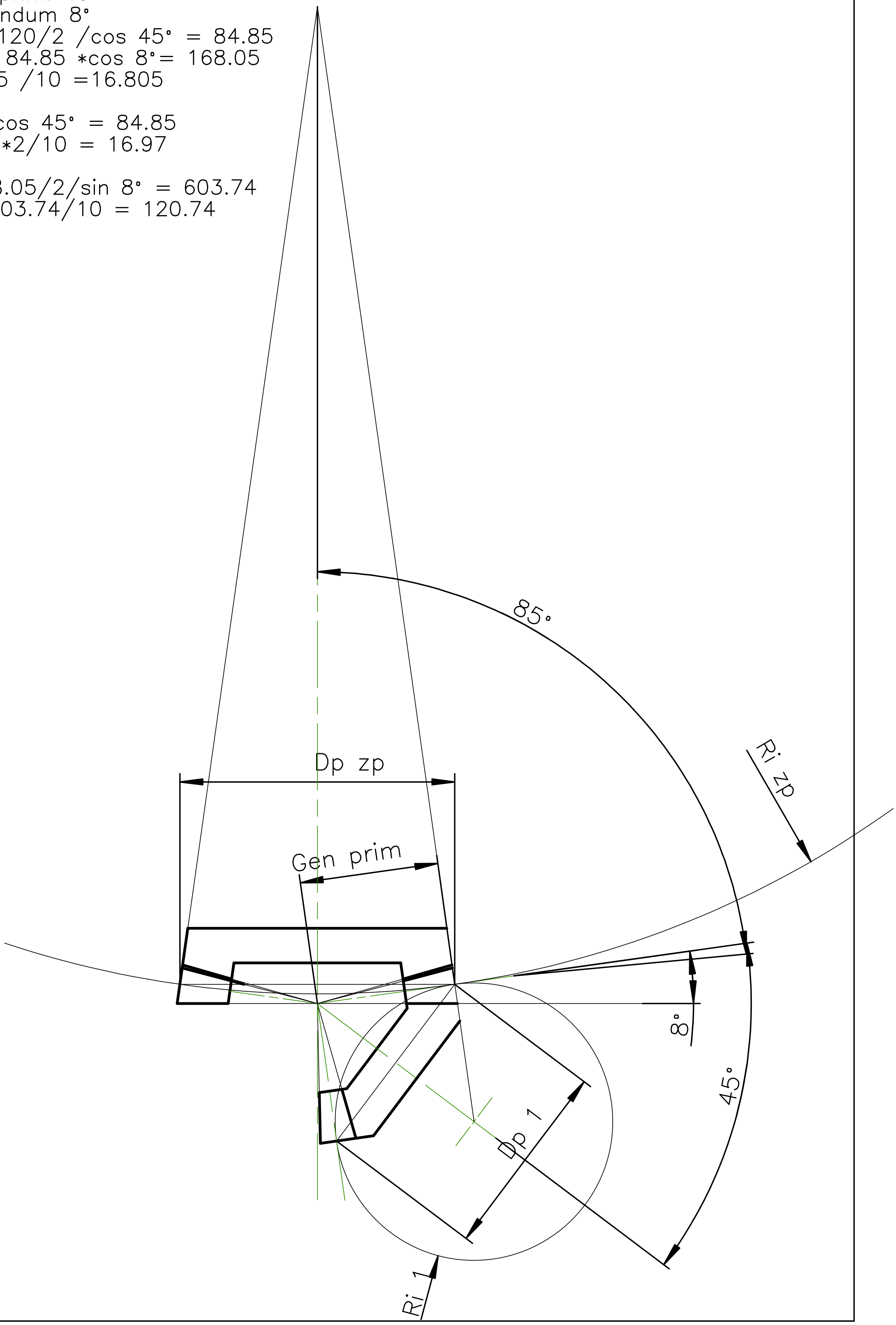
Ruote culla		Angolo sotto centro (°)	Incremento angolo (°)	Rapp. ruote
C	D			
20	52	3.1	–	0.38
22	50	3.5	0.4	0.44
24	48	4	0.5	0.5
26	46	4.6	0.6	0.56
28	44	5.1	0.5	0.63
30	42	5.8	0.7	0.71
32	40	6.5	0.7	0.80
34	38	7.2	0.7	0.89
36	36	8.1	0.9	1
38	34	9	0.9	1.11
40	32	10.1	1.1	1.25
42	30	11.3	1.2	1.40
44	28	12.7	1.4	1.57
46	26	14.3	1.6	1.77
48	24	16.2	1.9	2
50	22	18.4	2.2	2.27
52	20	21.1	2.7	2.60

Che la ruota generatrice della macchina sia conica, si rende più evidente se dentiamo una coppia come sotto:

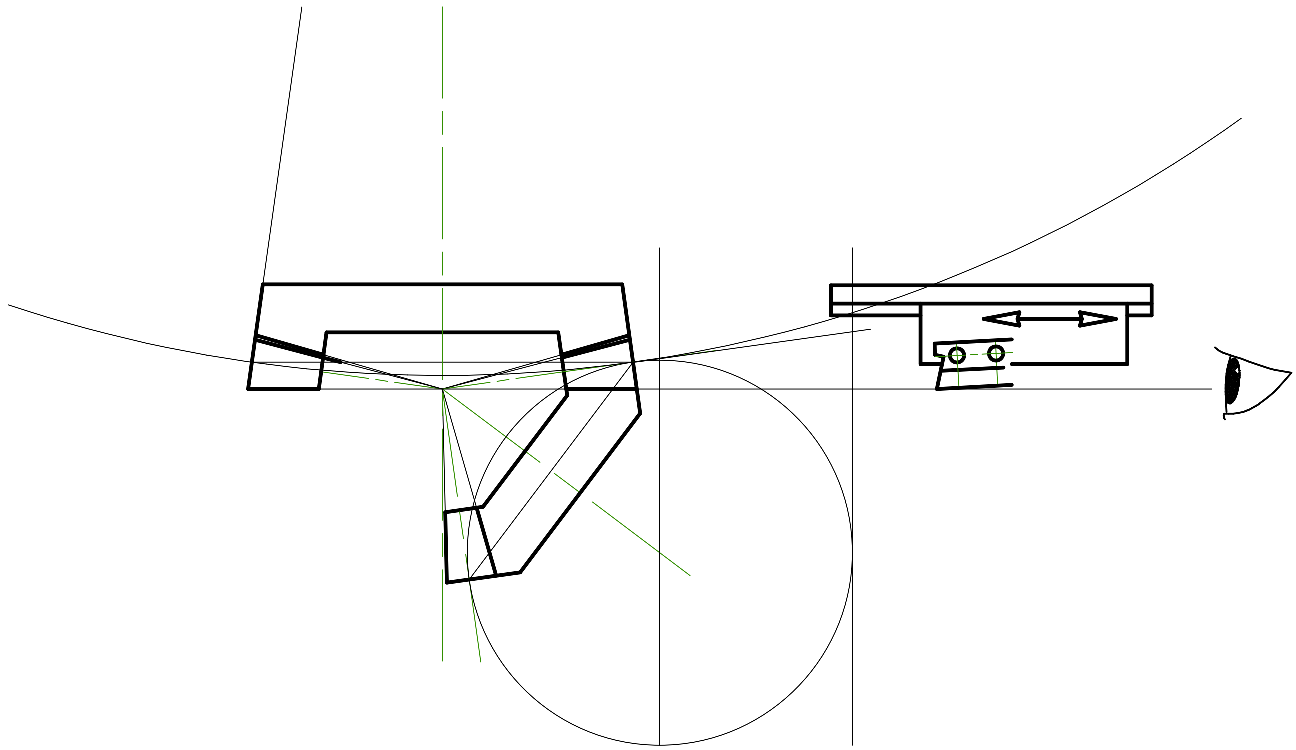
modulo 10 z 12/12
Dp1 =120
semiangolo prim. 45°
Angolo addendum 8°
Gen Prim =120/2 /cos 45° = 84.85
Dp zp = 2* 84.85 *cos 8°= 168.05
Zp = 168.05 /10 =16.805

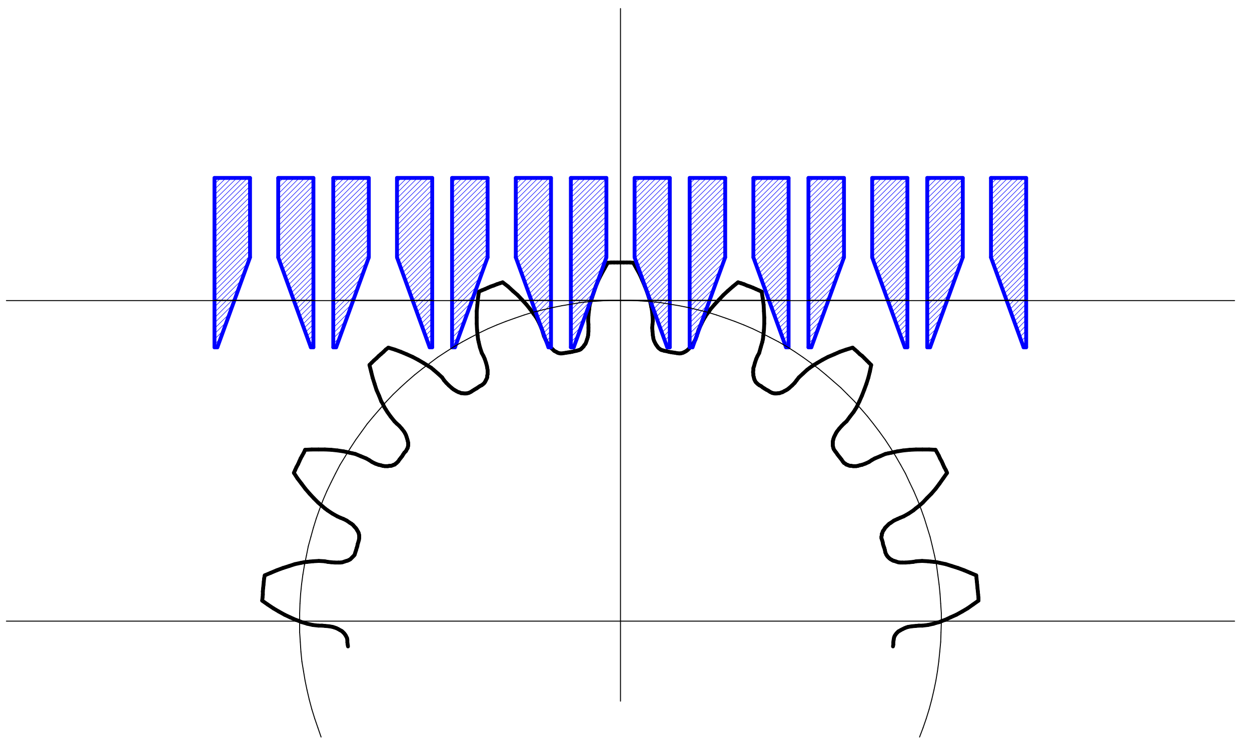
Rì 1 = 60/cos 45° = 84.85
Zi 1 =84.85*2/10 = 16.97

Ri zp = 168.05/2/sin 8° = 603.74
Zi zp = 2*603.74/10 = 120.74

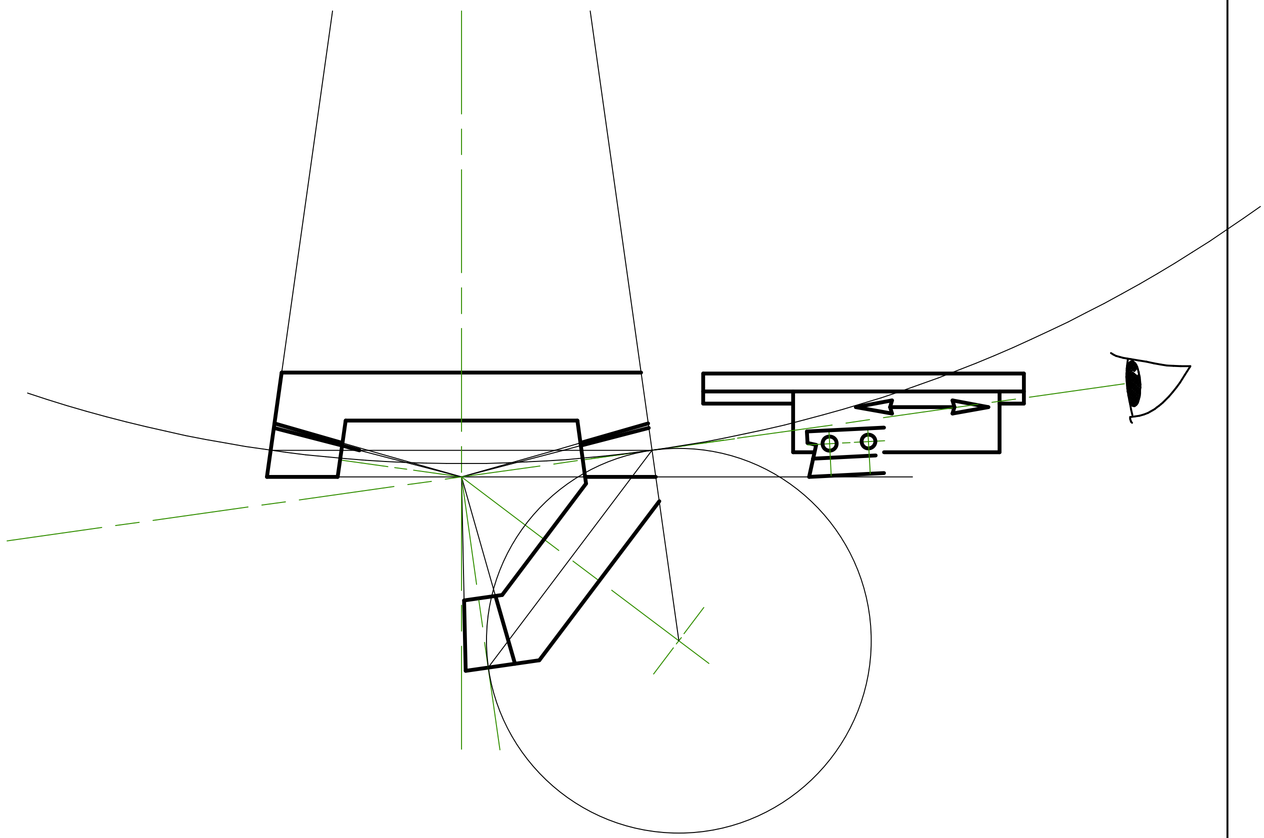


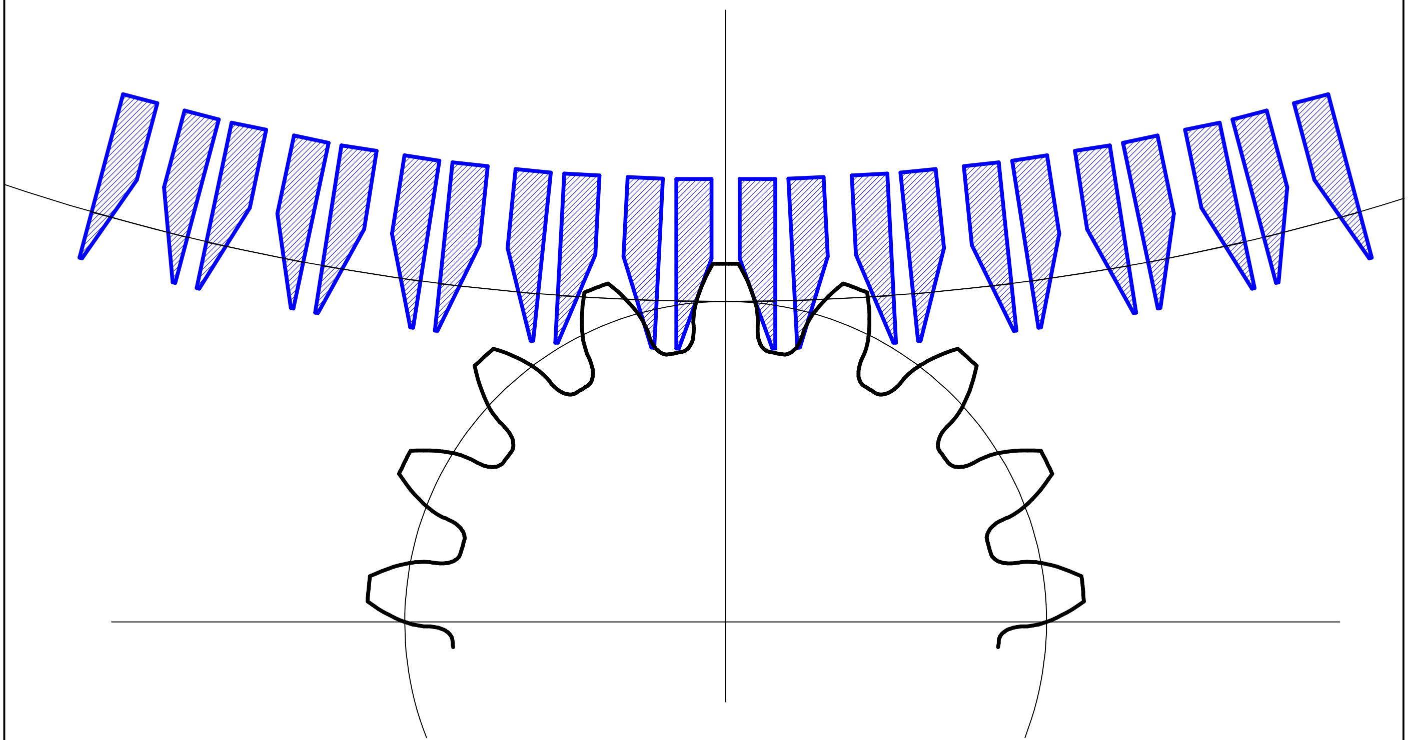
Osservando i denti sulla punta dei coltelli si vede una ruota immaginaria piatta, perchè le punte dei coltelli sono paralleli alla culla e si muovono di moto alternato paralleli alla culla.
La ruota dentata immaginaria, invece è leggermente deformata come pure l'angolo di pressione.





Osservando i denti sulla linea primitiva si vede la ruota dentata immaginaria come cerchio perfetto, la ruota immaginaria materializzata dai coltelli non è piatta ma conica.
Ecco perché i coltelli "escono prima" che su una ruota piatta.

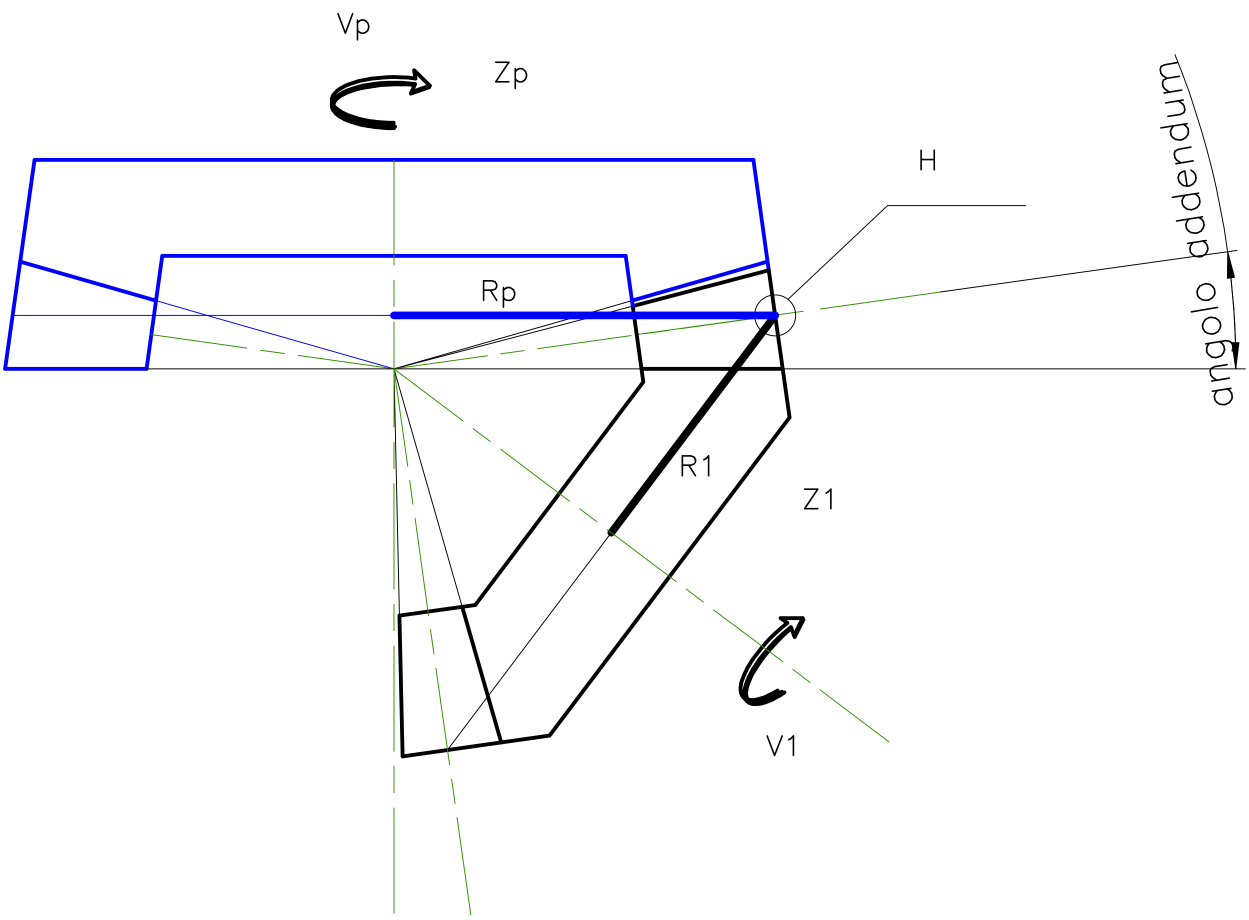




Le differenze viste precedentemente sono piccole e complicate da calcolare.
Una buona approssimazione può essere quella considerata a pag.9
Supponiamo la ruota piatta materializzata sulla culla dai coltelli e il profilo dei denti che sia quello dei denti immaginari.

Rimane il fatto che nella GLEASON essendo la ruota, materializzata dai coltelli, conica e non piatta. esiste la seguente relazione:
nel punto "H" esiste il rotolamento senza striasciamento.
Tutto questo è determinante nella catena cinematica del "Rotolamento"
Ovviamente se il pignone ruota di 10°, la ruota generatrice (culla) ruota di 10* (z1/zp)
Nel caso dell'esempio z 12/12

Zp =16.805
Z1 = 12
Rotazione culla = 10 *12 / 16.805) = 7.14°



La velocità V delle due ruote:
V1* R1 = Vp*Rp

Il rapporto di trasmissione è tra R1 ed Rp
è = sin angolo prim/cos angolo addendum

Torniamo all'esempio iniziale z1=12, z2=41, m=10 angolo di press. 20° senza correzioni
Addendum =10   Angolo addendum 2.68°
Dedendum = 11.88 Angolo dedendum 3.18°
ri1 = r1/cos 16°.314 = 62.5171
zi1 = 2*62.5171/10 = 12.5
R.interno 1 imm.= 62.51 - 11.88 = 50.6371
Ruota piatta:
Rp = gen prim * cos ang.addendum = 213.6* cos (3.18°) = 213.27
Zp= 2*213.27/10 = 42.65
Angolo di rotazione della ruota immaginaria:
Sottocentro pignone = arcos (r.interno/ri1) = arcos (50.6371/62.5171) = 35.907°

$$\text{Angolo della culla} = 35.907 * \frac{Z1}{Zp}$$

$$= 35.907 * \frac{12}{42.65} = 10.1°$$

Combinazione l'angolo è a cavallo tra la scelta delle ruote 40-32
Ma un programma automatico di calcolo lo sceglierebbe in tabella Da 10.1 a 11.3 , quindi ruote: 42 -30

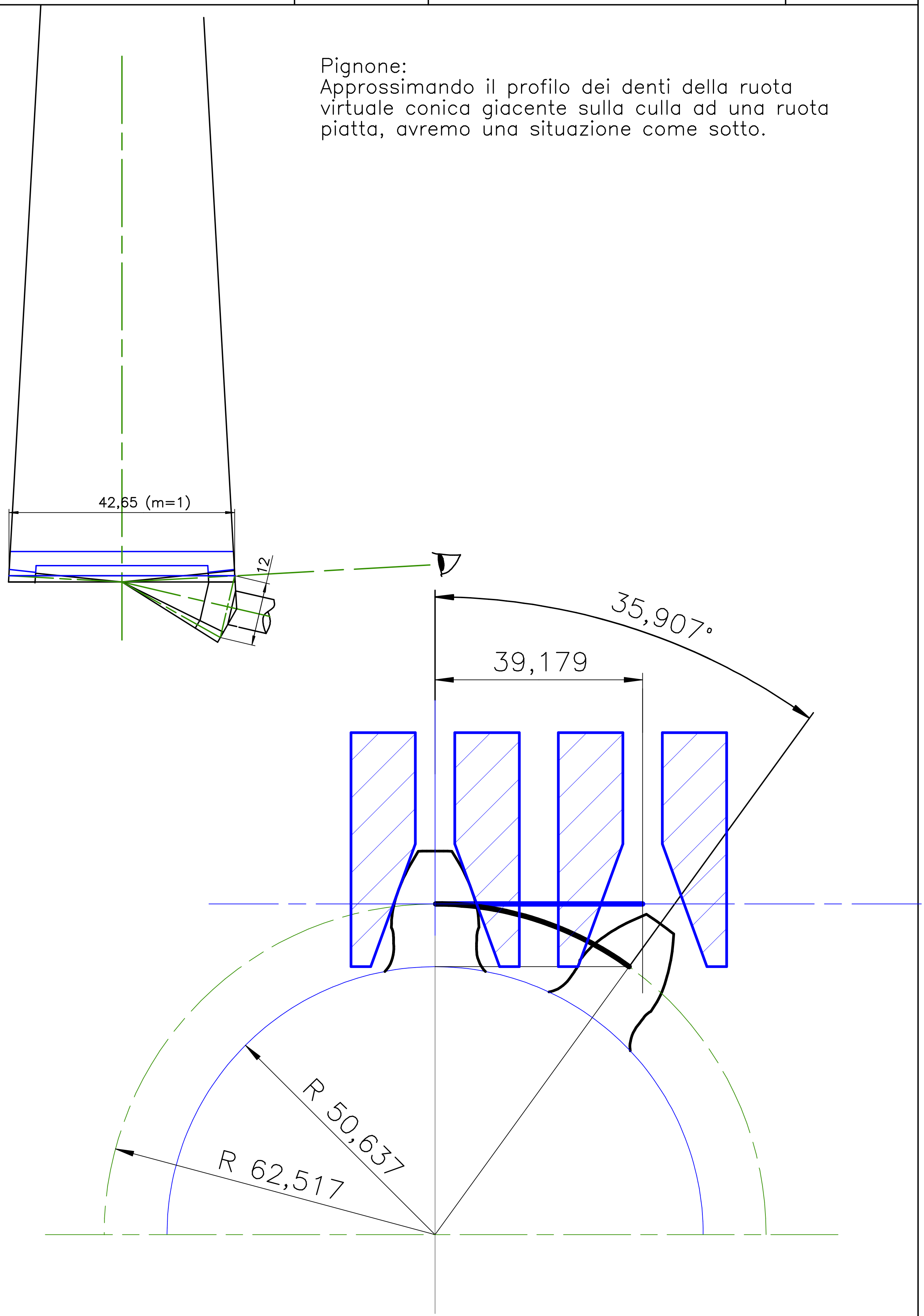
m =10
Z 41 anglo di press. 20° senza correzioni
Addendum =10   Angolo addendum 2.68°
Dedendum = 11.88 Angolo dedendum 3.18°
ri2 = r2/cos 173.686 = 729.8
zi2 = 2*729.8/10 = 146
R.interno 2 imm.= 729.8 - 11.88 = 717.92
Ruota piatta:
Rp = gen prim * cos ang.addendum = 213.6* cos (3.18°) = 213.27
Zp= 2*213.27/10 = 42.65
Angolo di rotazione della ruota immaginaria
Sottocentro pignone = arcos (r.interno/ri1) = arcos (717.92/729.8) = 10.352°

$$\text{Angolo della culla} = 35.907 * \frac{Z2}{Zp}$$

$$= 10.352 * \frac{41}{42.65} = 9.95°$$

Da tabella, ruote culla = 40 -32
Ma siamo al limite , meglio se mettiamo 42 -30

Pignone:
Approssimando il profilo dei denti della ruota virtuale conica giacente sulla culla ad una ruota piatta, avremo una situazione come sotto.



Corona:
Approssimando il profilo dei denti della ruota virtuale conica giacente sulla culla ad una ruota piatta, avremo una situazione come sotto.